

CONTROLE ON-LINE PARA O NÚMERO DE NÃO-CONFORMIDADES NO ITEM INSPECIONADO BASEADO EM UMA SEQUÊNCIA DE INSPEÇÃO

André Luiz Sena da Rocha
PEP – UFRN
Rio Grande do Norte, Brasil
andresmallpox@yahoo.com.br

Pledson Guedes de Medeiros
Depto. Estatística – UFRN
Rio Grande do Norte, Brasil
pledson@ccet.ufrn.br

Linda Lee Ho
Depto. Engenharia de Produção
Universidade de São Paulo
São Paulo, Brasil
lindalee@usp.br

RESUMO

O procedimento de controle on-line de processos por atributos, proposto por Taguchi *et al.* (1989), consiste em inspecionar um item a cada m produzidos para averiguar se o mesmo é ou não conforme. Caso o item inspecionado seja não-conforme, pára-se o processo para ajuste; Caso contrário, o processo continua. Ho *et al.* (2007) propuseram uma modelagem para o caso de contagem de número de não-conformidades no item inspecionado com modelagem via distribuição de Poisson e, neste trabalho, propomos uma extensão onde é incluída uma regra adicional de decisão para a parada do processo, baseada nas últimas h inspeções. Utilizando-se das propriedades de uma cadeia de Markov ergódica, foi obtida uma expressão do custo médio do sistema de controle, que pode ser minimizada por quatro parâmetros: Intervalo entre inspeções (m), limite de alarme (W), limite de controle (C) e o tamanho da seqüência dos valores na zona amarela (h).

PALAVRAS-CHAVES: Controle On-Line de Processos. Cadeia de Markov. Seqüência de Inspeção.

1. Introdução

Na área de planejamento econômico, o procedimento de Controle de processos *on-line* apresentado por Taguchi *et al.* (1989), tornou-se o procedimento mais conhecido da área por sua simplicidade e fácil implantação. O mesmo consiste em inspecionar um item do processo, a cada m itens produzidos; Averiguando assim, se o mesmo é ou não, conforme. Caso o item inspecionado seja declarado não-conforme, pára-se o processo imediatamente para ajuste, pois se entende que o processo continuará a produzir itens não-conformes até que haja a interrupção do mesmo; Todavia, caso o item inspecionado seja declarado como conforme, não há motivos para intervir, logo, o processo continua.

Embora seus resultados sejam relativamente simples e práticos, Taguchi e seus colaboradores foram criticados por algumas suposições e aproximações empregadas. Nayeypour & Woodall (1993) apresentam um modelo de controle por atributos incluindo um mecanismo de falha para o processo, assumindo que a probabilidade do mesmo mudar para a condição “fora de controle”, é dada segundo uma distribuição geométrica de parâmetro π (representando assim, uma maneira formal do processo mudar do Estado I para o Estado II), sendo a busca do intervalo ótimo de inspeção feita por métodos computacionais.

Este trabalho propõe um monitoramento em que, em vez de utilizar um gráfico de controle com apenas um conjunto de limites (Limite Superior e Limite Inferior de controle), serão explorados dois conjuntos de limites para o monitoramento, conforme limites superiores descritos na Figura 1.

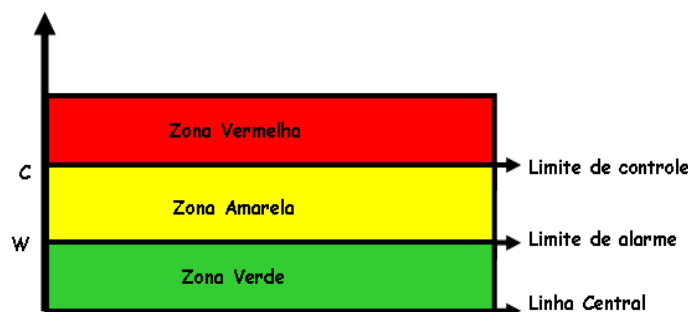


Figura 1 – Gráfico de controle com dois conjuntos de limites

Em relação à Figura 1, analisa-se que o gráfico de controle é composto por dois limites de controle, na qual ambos representam o número médio de não-conformidades detectados no item inspecionado. Se esse número for maior que o limite aceitável, estaríamos na região vermelha do gráfico, ou seja, acima do limite de controle C (*Control Limit*) logo, o processo é parado para ajuste. Caso esse número esteja abaixo do limite de parada do processo, mas a média de não-conformidades esteja além da área de alerta, estaríamos na região amarela do gráfico, ou seja, entre o limite de controle C e o limite de controle W (*Warning Limit*). Neste caso o monitoramento continua, mas há indícios de que a média de não-conformidades por item inspecionado pode aumentar por estar se aproximando do limite inaceitável. Todavia, se tivéssemos nas últimas h inspeções, todas definidas na zona amarela do gráfico, segundo critérios que serão apresentados, o processo seria parado para ajuste. Por fim, tendo uma média de defeitos até o limite desejado, o monitoramento do processo continua por estar sob controle, com sua respectiva região no gráfico definida pela cor verde.

Neste contexto, este trabalho aborda uma extensão proposta por Ho *et al.* (2007), para o caso de uma contagem de número de não-conformidades no item inspecionado por modelagem via distribuição de Poisson, podendo ser visto como um caso particular se $h=1$ e $W=C$. No entanto, a proposta do mesmo será explorar os casos em que $h \geq 2$ e $W \leq C$.

2. Modelo Probabilístico do sistema de inspeção

Considere uma situação em que itens são produzidos em um processo. O processo inicia-se sob controle e, devido a uma causa especial ocorrida em algum momento do processo, o mesmo passa a ser considerado fora de controle. O monitoramento do processo é feito como sugerido por Taguchi *et al.* (1989). Logo, são estabelecidas as seguintes suposições:

- O processo de monitoramento consiste na inspeção de um item a cada m produzidos; Sendo este, ao final, descartado após a inspeção. Esse procedimento será realizado “ i ” vezes, em que $i=1, 2, \dots, \infty$.
- Se o processo for julgado fora de controle (de acordo com um critério a ser estabelecido), sua parada ocorrerá imediatamente. Não será considerado o atraso neste estudo, ou seja, assumiremos que nenhum item será produzido entre o instante de detecção e a parada do processo para ajuste.
- O processo inicia (ou reinicia) sua produção no Estado I (em controle, com frequência média de não-conformidades $\lambda_0 \geq 0$) e, após a mudança, aumenta para λ_1 , com $\lambda_1 \geq \lambda_0 \geq 0$, operando assim, o processo no Estado II, em que só poderá retornar ao Estado I após a ocorrência de um ajuste.
- A probabilidade de mudança do estado I para o estado II, a cada item produzido, é dada por uma distribuição geométrica com parâmetro π , sendo $0 \leq \pi \leq 1$. Abordagem esta utilizada por Nayeypour e Woodall (1993), Ho *et al.* (2007).

A seguir, apresentaremos as seguintes notações para o modelo probabilístico do sistema de inspeção, em que as cores do gráfico de controle serão representadas pelas letras R (zona vermelha do gráfico – *red zone*), Y (zona amarela – *yellow zone*) e G (zona verde – *green zone*): Com isso, temos:

$$P(X_{im} > C / \lambda = \lambda_0) = R_0 \quad (01)$$

$$P(X_{im} > C / \lambda = \lambda_1) = R_1 \quad (02)$$

Em relação à equação (01), esta representa a probabilidade do item inspecionado ter uma média de não-conformidades acima do aceitável (zona vermelha) dado que o processo estava operando no Estado I (o número de não-conformidades iguais a $\lambda_0 \geq 0$); De forma similar, (02) resulta na probabilidade do item apresentar um número médio de defeitos acima do tolerável, parando assim o processo para ajuste, havendo no mesmo, uma transição do Estado I para o Estado II antes ou no momento de inspecionar o m -ésimo item; Aumentando assim, o número de não-conformidades de λ_0 para λ_1 , em que $0 \leq \lambda_0 \leq \lambda_1$. As deduções das equações (3) a (6) são obtidas analogamente.

$$P(W \leq X_{im} \leq C / \lambda = \lambda_0) = Y_0 \quad (03)$$

$$P(W \leq X_{im} \leq C / \lambda = \lambda_1) = Y_1 \quad (04)$$

$$P(X_{im} < W / \lambda = \lambda_0) = G_0 \quad (05)$$

$$P(X_{im} < W / \lambda = \lambda_1) = G_1 \quad (06)$$

Seja X_{im} (em que $i=1,2,3,\dots,\infty$ e m o m -ésimo item inspecionado) uma variável aleatória, na qual representa o número de não-conformidades no im -ésimo item inspecionado. Assume-se que X_{im} possui distribuição de Poisson com parâmetro λ .

O número de não-conformidades ou defeitos, por item inspecionado (X_{im}) será monitorado e, após a inspeção, se $X_{im} < W$ (zona verde), o processo é declarado sob controle por apresentar uma média de defeitos aceitável ou igual à zero (Estado I). No entanto, o processo será declarado fora de controle e parado para ajuste, com base no critério convencional, em que, se o número médio de defeitos exceder o limite aceitável, ou seja, se $X_{im} > C$ (zona vermelha). Porém, ainda sob a intervenção do processo para ajuste, utilizaremos um critério adicional em que será baseado no resultado das últimas h inspeções:

$$w \leq X_{im} \leq C, w \leq X_{(i-1)m} \leq C, w \leq X_{(i-2)m} \leq C, \dots, w \leq X_{[i-(h-1)]m} \leq C \quad (07)$$

havendo h itens seguidos com resultado de inspeção na zona amarela (média de defeitos acima do desejável e abaixo do inaceitável, isso ocorrido nos últimos h itens seguidos), ou seja, entre os limites de controle W e C , o processo também será parado para ajuste. Os valores de h , W e C serão determinados por uma política ótima de controle.

3. A Cadeia de Markov

O sistema de inspeção pode ser descrito por uma cadeia de Markov estacionária com $3(h+2)$ estados discretos. Assim, os estados da cadeia são:

$$\Omega = \{(0,-1); (0,0); (0,1); (0,2); \dots; (0,h); (1,-1); (1,0); (1,1); \dots; (1,h); (2,-1); (2,0); (2,1); (2,2); \dots; (2,h)\}$$

Cada estado é descrito por um par ordenado de números inteiros, sendo S o primeiro índice e K o segundo.

O índice S representa o atual estado do processo, em que ($S = 0$), significa que todos os itens (inclusive o item inspecionado) foram produzidos no Estado I; ($S = 1$), necessariamente ocorreu uma mudança do Estado I para o Estado II no ciclo considerado e ao menos o item inspecionado foi produzido no Estado II; Logo, para ($S = 2$), todos os itens (inclusive o item inspecionado) foram produzidos no Estado II.

O índice K , por sua vez, indica o resultado da inspeção, ou seja, para ($K = -1$), o item inspecionado apresentou uma média de defeitos acima do limite aceitável (zona vermelha, logo, $X_{im} > C$). Para ($K = 0$), o item inspecionado estava na zona verde ($X_{im} < W$), ou seja, o número médio de defeitos resultou em zero ou num valor desejado. Assim, para ($K = 1, 2, \dots, h$), define a seqüência de h itens seguidos (em que estes representam a média de não conformidades) observados na zona amarela. Logo, pela regra adicional de decisão, o processo seria parado para ajuste caso $k = h$.

Para a Matriz de Transição, será utilizada a notação $P_{(s,k)(s,k)}$. Assim, como exemplo para ilustrar a notação utilizada, $P_{(2,h)(0,0)}$ representa a probabilidade de que a inspeção i ocorra sob o estado da cadeia $(2,h)$ dada que a inspeção $(i+1)$ ocorra sob o estado da cadeia $(0,0)$, ou simplesmente $P_{(2,h)(0,0)} = P(E_{i+1} = (0,0) | E_i = (2,h))$. Com isso, a probabilidade $P_{(2,h)(0,0)}$ indica que: **(a)** Os m itens do ciclo foram produzidos no Estado II na qual, destes, h itens seguidos tiveram uma média de defeitos entre os limites de alerta e de controle, detectados assim na zona amarela após as h inspeções (ver equação (07)). Parando assim, o processo para ajuste segundo a regra de decisão adicional. **(b)** Logo após o ajuste, o processo reinicia-se e todos os m itens foram produzidos no Estado I, com o item inspecionado na zona verde ($X_{im} < W$), por apresentar uma média de defeitos aceitável ou igual a zero. Logo, o processo está sob controle.

Para obter as probabilidades de transição da cadeia de Markov, é necessário definir uma variável não-observável Θ_i , com $i \geq 0$, que representa a probabilidade de produção de um item conforme no instante (Estado I ou II) em que o m -ésimo item foi produzido. Logo, Θ_i assumirá o valor 0 quando o item for produzido no Estado I e o valor 1 , quando ao menos o item inspecionado foi produzido no Estado II.

Assim, a probabilidade de que o processo permaneça no Estado I durante a produção dos m itens do ciclo é dada por: $P(\Theta_m=0) = P(\Theta_1=0, \Theta_2=0, \Theta_3=0, \dots, \Theta_m=0) = (1-\pi)^m = q$ (08)

De forma análoga, a probabilidade de que o processo permaneça no Estado II durante a produção dos m item do ciclo é dada por: $P(\Theta_m=2) = 1 - [P(\Theta_m=0)] = 1 - (1-\pi)^m = 1 - q$ (09)

Probabilidades da Matriz de Transição

- Se o processo permanece sob controle após a produção dos m itens, existem três possibilidades para o estado futuro: O processo apesar de estar sob controle, pode ter o número médio de não-conformidades acima do aceitável (zona vermelha, saindo assim de controle), como o item pode ter um número médio de defeitos além do desejado, no entanto, abaixo do limite aceitável para não parar o processo para ajuste (zona amarela); Por fim, o processo pode estar operando com média aceitável de defeitos, podendo estes serem até zero (zona verde). Logo, pelo processo

continuar operando no Estado I, as expressões serão calculadas com base em q , uma vez que este é a probabilidade do processo continuar operando no referido Estado, ou seja, não havendo mudança: Para as demais probabilidades, sua dedução pode ser feita similarmente.

$$\begin{aligned} X_{(i+1)m} > C &\rightarrow p_{(0,i)(0,-1)} = qR_0 \\ W \leq X_{(i+1)m} \leq C &\rightarrow p_{(0,i)(0,i+1)} = qY_0 \\ X_{(i+1)m} < W &\rightarrow p_{(0,i)(0,0)} = qG_0 \end{aligned} \quad , i = 0, \dots, h-1 \quad (10)$$

b) Há uma mudança no número médio de defeitos (não-conformidades) de λ_0 para λ_1 :

$$\begin{aligned} X_{(k+1)m} > C &\rightarrow p_{(0,k)(1,-1)} = (1-q)R_1 \\ W \leq X_{(k+1)m} \leq C &\rightarrow p_{(0,k)(1,k+1)} = (1-q)Y_1 \\ X_{(k+1)m} < W &\rightarrow p_{(0,k)(1,0)} = (1-q)G_1 \end{aligned} \quad , k = 0, 1, \dots, h-1 \quad (11)$$

De forma análoga, podemos obter as outras relações.

Para ilustrar, utilizamos um exemplo da regra de decisão, para $h=2$, em que utilizando a equação (07), temos:

$$\left[W \leq |X_{im}| \leq C \text{ e } W \leq |X_{(i-1)m}| \leq C \right] \text{ e } \left[|X_{(i-2)m}| < W \text{ ou } |X_{(i-2)m}| > C \right]$$

Os estados discretos da Cadeia de Markov são:

$$\Omega = \{(0, -1); (0, 0); (0, 1); (0, 2); (1, -1); (1, 0); (1, 1); (1, 2); (2, -1); (2, 0); (2, 1); (2, 2)\}$$

Haverá uma parada no processo nos estados $\{(0, -1), (0, 2), (1, -1), (1, 2), (2, -1), (2, 2)\}$. Assim, a Matriz de transição P, para esse exemplo de $h=2$, é dada por:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} (0,-1) & (0,0) & (0,1) & (0,2) & (1,-1) & (1,0) & (1,1) & (1,2) & (2,-1) & (2,0) & (2,1) & (2,2) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (0,-1) \\ (0,0) \\ (0,1) \\ (0,2) \\ (1,-1) \\ P=(1,0) \\ (1,1) \\ (1,2) \\ (2,-1) \\ (2,0) \\ (2,1) \\ (2,2) \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccccccc} qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ qR_0 & qG_0 & 0 & qY_0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & 0 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & G_1 & Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & G_1 & 0 & Y_1 \\ qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & G_1 & Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & G_1 & 0 & Y_1 \\ qR_0 & qG_0 & qY_0 & 0 & (1-q)R_1 & (1-q)G_1 & (1-q)Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Como P é uma matriz de uma cadeia de Markov ergódica (detalhes em Ross, 2003). Então existe o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = Y$, em que todas as linhas da matriz Y são iguais ao vetor linha

$y = \left[y_{(0,-1)}, y_{(0,0)}, \dots, y_{(0,h)}, y_{(1,-1)}, y_{(1,0)}, \dots, y_{(1,h)}, y_{(2,-1)}, y_{(2,0)}, \dots, y_{(2,h)} \right]$. Na qual o vetor y é um vetor de probabilidade no estado estacionário, em que $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=-1}^h y_{ij} = 1$, ou seja, todos os valores y_i são estritamente positivos. Sendo cada elemento de y interpretado como a fração do número de inspeções que são realizadas em cada um dos estados da cadeia após um número suficientemente grande de inspeções. Como $P^{(j+1)} = P^{(j)}P$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} P^{(j+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} P^{(j)} = Y$, então no limite a equação $Y = YP$ é verdadeira. Uma vez que todas as linhas de Y são iguais ao vetor y , a equação $y = yP$ também é válida no respectivo limite; Podendo também ser reescrita como

$$y = yP \quad \therefore \quad y(P - I) = 0 \quad (12)$$

em que I é a matriz identidade e 0 um vetor nulo. Assim, o vetor único y pode ser obtido a partir da resolução do sistema linear (15) com a restrição de que $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=-1}^h y_{ij} = 1$.

4. Custo Médio do Sistema de Controle

Os custos dos estados da cadeia de Markov seguem uma estrutura similar de trabalhos anteriores como Taguchi *et al* (1989) e Nayebpour & Woodall (1993). Logo, os mesmos são definidos como: Custo de inspeção por item (C_1); custo de ajuste (C_a); custo de produção de um item não-conforme (C_{nc}); custo de descartar um item inspecionado (C_d); limite superior de especificação, sendo previamente fixado (LE), O limite inferior de especificação foi considerado igual a zero; probabilidade do item ser declarado conforme quando o processo está sob controle (P_1), ou seja, $p_1 = 1 - P(X < LE / \lambda = \lambda_0)$; Probabilidade do item ser declarado conforme quando o processo está fora de controle (P_2), ou seja, $p_2 = 1 - P(X < LE / \lambda = \lambda_1)$.

O custo de cada estado (s, k) pode ser descrito como: $\Psi(s, k) = c_1 + \varphi(s, k) + \xi(s, k) + c_d$ (13) em que $s=0, 1, 2$ e $k=-1, 0, \dots, h$. Como também: $\xi(s, k)$ representa o custo do envio de itens não-conformes ao consumidor ou a etapas posteriores; E $\varphi(s, kj)$, o custo de ajuste do processo; Assim, veremos os custos:

a) Custo do envio de itens não-conformes ao consumidor ou a etapas posteriores do processo: $\xi(s, k)$.

- **Custo $\xi(0, k)$:** Todos os itens foram produzidos com $\lambda = \lambda_0$, ou seja, no Estado I. Como também, o número de itens defeituosos é modelado por uma Distribuição Binomial de parâmetros $[(m - 1), (1 - p_1)]$. Logo, temos que:

$$\xi(0, k) = C_{nc} (m - 1)(1 - p_1) \Rightarrow C_{nc} (m - 1)p_1 \quad , \text{ em que } k = -1, 0, \dots, h. \quad (14)$$

- **Custo $\xi(2, k)$:** Todos os itens foram produzidos com $\lambda = \lambda_1$, ou seja, no Estado II. Logo, de forma similar, temos que: $\xi(2, k) = C_{nc} (m - 1)p_2$, em que $k = -1, 0, \dots, h$. (15)

- **Custo $\xi(1, k)$:** Neste caso, uma parte dos itens foi produzida no Estado I ($\lambda = \lambda_0$) e pelo menos o i -ésimo item (o último item e também o inspecionado) foi produzido no Estado II ($\lambda = \lambda_1$). Não se sabe em qual momento houve a transição da produção de itens do Estado I para o Estado II. Logo, seja i a indicadora do momento em que o primeiro item foi produzido no Estado II. Teremos então, que a quantidade i foi produzida no Estado I e $[(m - i) - 1]$ itens produzidos no Estado II. Tendo assim:

$$\xi(1, k) = C_{nc} \frac{\sum_{i=1}^m \pi (1 - \pi)^{i-1} [(i - 1)p_1 + (m - i)p_2]}{1 - (1 - \pi)^m}, \text{ em que } k = -1, 0, \dots, h \text{ e } (i < m). \quad (16)$$

b) Custo de ajuste do processo: c_a .

Para os estados (s, k) , sendo $s = 0, 1, 2$ e $k = -1, h$; Sabe-se que houve uma parada no processo por intervenção devido à regra de decisão (convencional ou adicional), tendo como custo do ajuste do processo:

$$\varphi(s, k) = C_a \quad (17)$$

Para $k \neq -1, h$; O processo não terá ajuste, por não haver a intervenção no mesmo.

c) **Custo médio por item produzido e não-descartado é dado por:**

Em cada ciclo de inspeção, $(m-1)$ itens são enviados para o mercado ou para os próximos estágios de produção. Para um número suficientemente grande de inspeções realizadas, y corresponde ao vetor de probabilidade de ocorrência de cada estado da cadeia. Logo temos:

$$E(K) = \frac{E(\Psi)}{m-1} = \frac{\sum_{s=0}^2 \sum_{k=-1}^h \Psi(s,k) y_{(s,k)}}{m-1} = \frac{\sum_{s=0}^2 \sum_{k=-1}^h [c_l + \varphi(s,k) + \xi(s,k) + c_d] y(s,k)}{m-1} \quad (18)$$

A proposta de trabalho é determinar os valores de m , W , C e h por uma política ótima de controle através de uma busca computacional que minimize (18), ou seja, o problema consiste em:

$$(m^o, W^o, C^o, h^o) = \arg \min_{m,W,C,h} [E(K)] \quad (19)$$

- m : Intervalo entre inspeções;
- h : Tamanho da seqüência dos valores na zona amarela;
- W : Limite de alarme
- C : Limite de controle

5. Conclusões e Perspectivas

A partir de Ho *et al.* (2007), que apresentou expressões analíticas para a modelagem do número de não-conformidades no item inspecionado via distribuição de Poisson, este trabalho propôs uma extensão onde é incluída uma regra adicional de decisão para a parada do processo, baseada nas últimas h inspeções. As expressões analíticas foram obtidas e a otimização foi feita de forma a obter a expressão do custo médio do sistema de controle, que pode ser minimizada por quatro parâmetros: Intervalo entre inspeções (m), limite de alarme (W), limite de controle (C) e o tamanho da seqüência dos valores na zona amarela (h).

Como continuação desta abordagem, será feita a implementação computacional no software R e realizar-se-á um exemplo numérico que permitirá fazer a análise de sensibilidade a partir das modificações dos parâmetros do processo.

Referências

- HO, L.L.; MEDEIROS, P.G.; BORGES, W.** *An alternative model for on-line quality monitoring for variables.* International Journal of Production Economics, v.107, p.202-222, 2007.
- NAYEBPOUR, M.R.; WOODALL, W.H.** *An analyses of Taguchi's on-line quality monitoring procedures for attributes.* Technometrics, v.35, n.1, p.53-60, 1993.
- ROSS, S. M.** *Introduction to Probability Models.* 8. ed. San Diego: Academic Press, 2003.
- TAGUCHI, G.; ELSAYED, E.A; HSIANG, T.** *Quality Engineering in Production Systems.* New York: McGraw-Hill, 1989.