GEV Long-Short Strategy: uma nova modalidade quantitativa

Danilo Soares Monte-Mor [1]
Marco Aurélio dos Santos Sanfins[2]

Resumo

As estratégias long-short compreendem a manutenção simultânea de compra e venda de ações e de derivativos, ambos susceptíveis a apreciação ou depreciação, e têm o objetivo de obter retornos adicionais, superiores aos custos de oportunidade e independentes ao movimento do mercado. Uma vez que a modelagem de séries financeiras requer análises que envolvam distribuições com caudas pesadas, não é mais possível a simples suposição conveniente de normalidade, o que faz com que a teoria clássica sustentada principalmente pela distribuição normal não tenha aplicabilidade pertinente. O principal objetivo deste trabalho é utilizar a Teoria de Valores Extremos para se estabelecer uma nova modalidade quantitativa de Long-Short, de modo que os fundos tenham a capacidade de gerar ganhos positivos ao proverem retornos não necessariamente correlacionados com classes de ativos tradicionais, com concomitante redução dos riscos de investimento.

1 Introdução

Em termos práticos, um Hedge Fund é um fundo de investimento cujo objetivo é obter a maior rentabilidade possível e de forma independente à movimentação dos mercados financeiros. Esse tipo de fundo explora ineficiências de mercado através de estratégias sofisticadas de análises e com apostas não necessariamente direcionadas, como é o caso dos fundos que utilizam a estratégia long-short.

As estratégias long-short, objetivos do nosso estudo, compreendem a manutenção simultânea de compra e venda de ações e de derivativos, ambos susceptíveis a apreciação ou depreciação. Nesse tipo de estratégia, mais importante que a valorização ou desvalorização das ações é o desempenho relativo entre as posições compradas e vendidas, que fundamenta-se nas inúmeras anomalias dos mercados e que é reforçado em períodos de forte volatilidade. É esse comportamento antagônico dos ativos que permite aos players do mercado estruturar estratégias de long-short para gerar retornos adicionais, superiores aos custos de oportunidade e independentes ao movimento do mercado.

Tradicionalmente, a teoria estatística clássica tem sido utilizada na modelagem dos dados. Entretanto, existem em muitas séries financeiras características que impossibilitam a aplicação do teorema Central do Limite . Uma vez que a modelagem de séries financeiras requer análises que envolvam distribuições com caudas pesadas, não é mais possível a simples suposição conveniente de normalidade, o que faz com que a teoria clássica sustentada principalmente pela distribuição normal não tenha aplicabilidade pertinente.

Nesse sentido, faz-se necessário o desenvolvimento de técnicas de long-short mais apropriadas à análise dos eventos extremos e fora dos padrões da normalidade. É nesse contexto que a Teoria dos Valores Extremos

[1]Mestrando em Economia pela UFES (daniloeco09@gmail.com)
[2]Doutor em estatítica pela UFRJ e professor adjunto do departamento de Estatística da UFF (marcosanfins@gmail.com)

(TVE) desempenha um papel fundamental, dada a grande capacidade obtida através da modelagem de dados financeiros.

O principal objetivo deste trabalho é utilizar a Teoria de Valores Extremos para se estabelecer uma nova modalidade quantitativa de Long-Short, de modo que os fundos tenham a capacidade de gerar ganhos positivos ao proverem retornos não necessariamente correlacionados com classes de ativos tradicionais, com concomitante redução dos riscos de investimento.

2 Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Alguns autores se referem ao artigo de Bortkiewicz (1922) como o marco inicial do desenvolvimento da TVE. Nesse artigo, Bortkiewicz aborda a distribuição do tamanho do intervalo entre o máximo e o mínimo, mas numa amostra com distribuição normal.

Os fundamentos básicos da Teoria dos Valores Extremos foram inicialmente expostos por Fisher e Tippett (1928), que introduziram os três tipos possíveis de distribuição assintótica dos valores extremos, hoje conhecidas como Gumbel, Fréchet e Weibull. Entretanto, o primeiro a estudar e formalizar a aplicação estatística dessa teoria foi Gumbel, cuja metodologia tem sido frequentemente aplicada.

2.1 Modelagem Univariada dos Máximos

Considere $X_1, X_2, \ldots$ variáveis aleatórias i.i.d. com função de distribuição F e um conjunto $X = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ formado por n dessas variáveis. A partir desse conjunto podemos obter uma nova sucessão ao rearranjarmos seus temos em ordem crescente de magnitude, a saber

$$(X_{(n)}) = \{X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}\}$$

onde $X_{(1)} = \min X$ e $X_{(n)} = \max X$.

Definição 2.1 *A função $F_{X_{(n)}}(x) = P(X_{(n)} \leq x) = [P(X \leq x)]^n = F^n(x)$, $x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ é dita função de distribuição do máximo.*

Note que na definição acima $P(X_{(n)} \leq x) = [P(X \leq x)]^n$, uma vez que dada a independência das variáveis $P(\bigcap_{i=1}^{n}[X_i \leq x]) = \prod_{i=1}^{n}[P(X_i \leq x)]$.

Observação 2.1 *Embora na maior parte das vezes tratemos a TVE a partir de uma abordagem das observações máximas, os mesmos resultados podem ser utilizados na abordagem dos mínimos, dada a conversão imediata*

$$\min(X_1, X_2, \ldots, X_n) = -\max(-X_1, -X_2, \ldots, -X_n)$$

Interessados na análise da cauda da distribuição F a partir da distribuição do máximo, notemos que o máximo converge em probabilidade para o limite superior x_F do suporte da distribuição F, ou seja

$$X_{(n)} \xrightarrow{p} x_F$$

quando $n \to \infty$ e para $x_F \leq \infty$, sendo $x_F = \sup\{x \in \mathbb{R} / F(x) < 1\}$, uma vez que para n suficientemente grande:

- se $x < x_F$, então $P(X_{(n)} \leq x) = F^n(x) \to 0$

- se $x \geq x_F$, com $x_F < \infty$, então $P(X_{(n)} \leq x) = F^n(x) \to 1$.

Note entretanto que, para valores de n pequenos, é necessário que se conheça previamente a distribuição F (que em geral é desconhecida) para que se estabeleça a distribuição do máximo e que, para valores de n sufcientemente grandes, a função de distribuição do máximo torna-se degenerada, ou seja, $P(X_{(n)} \leq x) \to 0$.

Fisher e Tippett, contudo, estabeleceram em 1928 um resultado no qual a distribuição dos máximos padronizados por sequências de constantes (a_n) e (b_n) converge para certas distribuições limite, denominadas distribuições extremas ou distribuições EV. Esse resultado é hoje conhecido como Teorema de Fisher-Tippett.

Teorema 2.1 (Teorema de Fisher-Tippett) *Seja $(X_n)_{n \in I\!N}$ uma sucessão de variáveis aleatórias i.i.d. com função de distribuição F. Se existir uma sequência (a_n) de termos positivos, uma sequência real (b_n) e uma função de distribuição H não degenerada tais que*

$$P[X_{(n)} \leq a_n x + b_n] = F^n(a_n x + b_n) \to H(x)$$

então as únicas formas possíveis de H são as distribuições Gumbel, Fréchet ou Weibull, também denominadas distribuições do tipo I, II e III respectivamente.

A seguir estão apresentadas as distribuições limite para máximos:

- Gumbel $(\lambda = 0, x \in I\!R) : F_\lambda(x) = \exp\left[-\exp(-x)\right]$

- Fréchet $(\lambda > 0, x \in I\!R) : F_\lambda(x) = \begin{cases} \exp(-x)^{-\lambda} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$

- Weibull $(\lambda < 0, x \in I\!R) : F_\lambda(x) = \begin{cases} \exp\left[-(-x)^{-\lambda}\right] & , x \leq 0 \\ 1 & , x > 0 \end{cases}$

Note que o Teorema de Fisher-Tippett especifica as distribuições extremas limite para as quais há a possibilidade de convergência da distribuição do máximo padronizado $\frac{X_{(n)} - b_n}{a_n}$, embora não estabeleça as condições que F deve satisfazer para que ocorra tal convergência (Ver Embrechts, Kluppelberg e Mikosch (1997)).

Note ainda que as distribuição EV podem ser estimadas sem que se faça necessário a utilização da distribuição F. Uma vez estimada a distribuição limite, entretanto, inferências acerca da distribuição empírica F podem ser feitas, uma vez que de $H(x) = F^n(x)$ obtém-se

$$F(x) = [H(x)]^{\frac{1}{n}}$$

Sob a ξ-parametrização (ou representação de Jenkison-von Mises), as distribuições limite de Gumbel, Fréchet e Weibull podem ser generalizadas em uma forma denominada Distribuiçao Generalizada de Valor Extremo (GEV), que representa uma família de funções de distribuição de um único parâmetro ξ. A família de locação e escala $G_{\xi,\mu,\sigma}$ correspondente é:

$$G_\xi(T(x)) = G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}\right), & \xi \neq 0, \quad 1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma} > 0 \\ \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right], & \xi = 0 \end{cases}$$

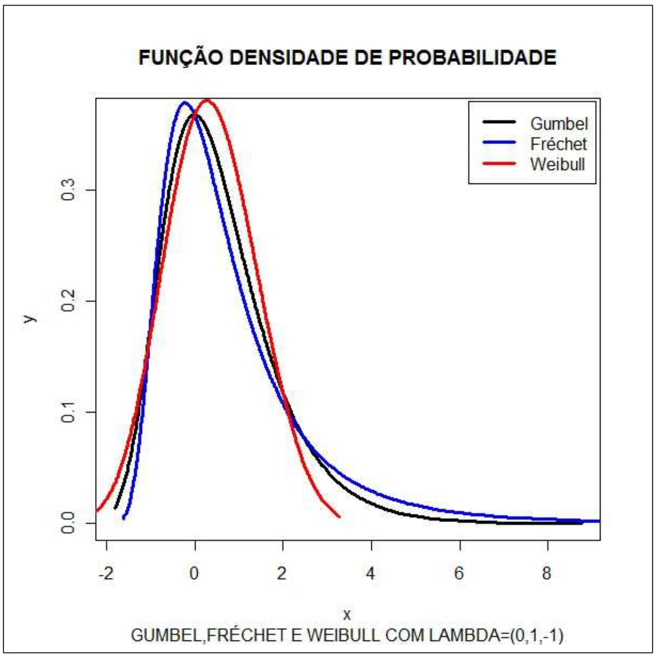

Figura 1: Figura gerada pelo programa estatístico R referente aos gráfico das fdp das distribuições extremas com parâmetro de forma iguais a 0, 1 e -1, respectivamente.

Note que para o caso limite ($\xi \to 0$), temos que G_ξ corresponde à distribuição Gumbel. Ainda, se $\xi < 0$, H_ξ corresponde à distribuição Weibull e se $\xi > 0$, H_ξ corresponde à distribuição Fréchet.

A função densidade de probabilidade (fdp) da distribuição generalizada $G_{\xi,\mu,\sigma}$ pode ser obtida por diferenciação e aplicação da regra da cadeia e segue abaixo:

$$g_{\xi,\mu,\sigma}(x) = \begin{cases} \left(1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\left(\frac{-1}{\xi}-1\right)} \exp\left[-\left(1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}\right] & ,\xi \neq 0, \mu \in R, \sigma > 0 \\ \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\frac{1}{\sigma} & ,\xi = 0, x \in I\!R, \mu \in I\!R, \sigma > 0 \end{cases}$$

3 Nova Proposta Quantitativa Long-Short

A estratégia long-short mais simples adotada pelos players, também chamada de estratégia number one, esta baseada no aluguel de uma determinada ação que está sobre-avaliada em relação ao preço de uma outra ação específica. Basicamente o objetivo dessa arbitragem é obter um retorno adicional e que não está relacionado à apreciação ou depreciação desses ativos, mas ao desempenho relativo entre as posições compradas (long) e vendidas (short).

As ações alugadas são imediatamente vendidas e o montante obtido é totalmente investido na compra da outra ação que compõe o pair trading. Ao final do período de maturação do aluguel, espera-se que o pair trading esteja com razão de precificação em relação à posição inicial menor o suficiente para cobrir os custos gerais da transação e gerar os retornos adicionais desejados, ou seja, espera-se que a venda das ações compradas seja superior ao valor necessário para compra das ações alugadas e que devem ser devolvidas acrescidas da taxa de negociação, que em geral é de 1%.

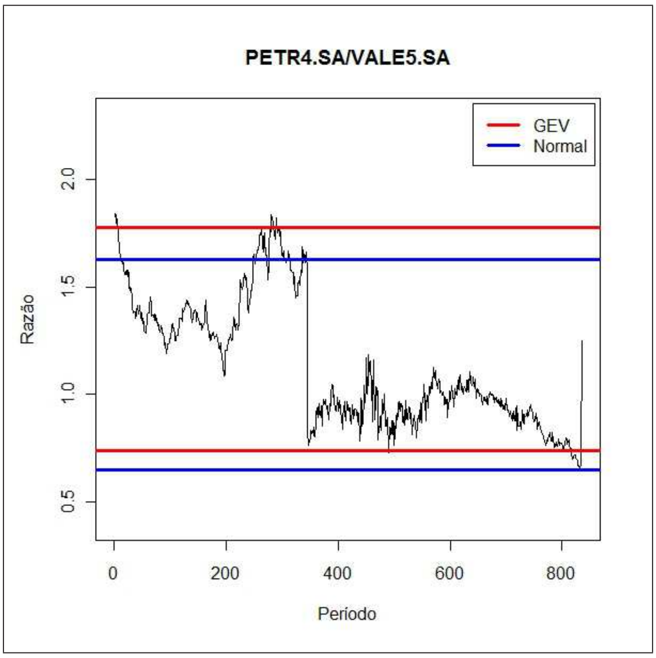

Figura 2: Figura gerada pelo programa estatístico R referente ao quantis 5% e 95% ajustadados pela GEV e Normal para a razão direta entre os preços da PETR4.SA e VALE5.SA

Embora esse tipo de estratégia teoricamente gere retornos expressivos, a escolha intempestiva do pair trading bem como do timing das operaçoes pode acarretar perdas significativas para o investidor. A grande questão que envolve a nova modalidade quantitativa long-short proposta baseia-se na modelagem (através da TVE) da série obtida a partir do quociente dos preços do pair trading a ser arbitrado, de forma que seja detectado, com por exemplo 95% de confiança, o momento em que essa razão ocupe quantis extremos da GEV ajustada. O melhor ajuste desses quantis extremos através da GEV pode fornecer sustentação probabilística mais refinada para que o retorno à média justifique a possibilidade de arbitragem long-short.

3.1 Pair Trading PETR4/VALE5

A seguir será feita uma modelagem comparativa da razão direta entre os preços da PETR4.SA e VALE5.SA a partir do ajuste da distribuição GEV e Normal. Os dados coletados formam uma amostra de 835 observações dos valores diários desses ativos do período de 01/01/2007 a 22/04/2010 e foram analisados com o uso do programa estatístico R a partir do pacote fExtremes, específico para análise dos valores extremos.

Para o ajuste da GEV foi utilizada a abordagem Block Máxima. Os dados foram divididos em blocos de tamanho 5, o que equivale a uma semana, para que obtivéssemos uma série formada pelas razões máximas e mínimas de cada semana.

A partir do método de máxima verossimilhança, foram obtidos as seguintes estimativas para os parâmetros ξ, μ e σ da GEV na modelagem dos máximos e mínimos, respectivamente:

$$\widehat{\xi} = 0.09100445 \quad \widehat{\mu} = 1.02754379 \quad \widehat{\sigma} = 0.22009212$$

$$\widehat{\xi} = 0.1578179 \quad \widehat{\mu} = 0.9491661 \quad \widehat{\sigma} = 0.2105077$$

A partir dos parâmetros acima, a GEV ajustada para mínimos e máximos nos fornece 0.7370902 e 1.778139 como quantis 5% e 95% para a razão $k = \frac{PETRA.SA}{VALE5.SA}$, respectivamente. Utilizando-se uma distribuição normal, obtemos para o mesmo nível de significância os valores 0.6513567 e 1.627725, respectivamente. A figura 2 compara os quantis de probabilidade obtidos.

4 Conclusão

O exemplo citado acima mostra que a GEV melhor ajustou os quantis de probabilidades extremas. O monitoramento diário da razão de precificação k pode ser comparado ao resultado obtido acima para que os players possam arbitrar com esses ativos de maneira long-short. A partir de um procedimento análogo ao da estratégia number one de aluguel e venda de um ativo e compra do outro ativo, pode-se pré-fixar uma porcentagem de rendimento de, por exemplo, 3%, de forma que a posição long seja desfeita e as ações alugadas recompradas, o que finaliza a nova estratégia quantitativa long-short proposta, a qual denotamos por *GEV Long-Short Strategy*.

Referências

[1] BORTKIEWICZ, L.VON. *Variationsbreite und mittlerer Fehler*. Sitzungsber, Berli. Math. Gess., n.21, p.3-11, 1922.

[2] EMBRECHTS, P., KLUPPELBERG, C., MIKOSCH, T. *Modelling extremal events for insurance and finance*. Springer-Verlag: Berlin, 1997.

[3] FISHER, R.A.;TIPPETT, L.H.C. *Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample*. Proccedings of the Cambridge Philosophical Society, n.24, p.180-190, 1928.

[4] GUMBEL, E.J. *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New York Journal of Business, n.63, p.383-408, 1958.

[5] JENKINSON, A.F.*The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements*. Quart. J. Roy. Meteo. Soc.,81,p.158-171,1955.

[6] MENDES, B.V.M. *Introdução à Análise de Eventos Extremos*. E-papaers Serviços Editoriais Ltda, Rio de Janeiro, 2004.