Sistema de Formigas Aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante

Jader da Silva Jale   Darlon da Costa Pinheiro
Prof. Dr. Adauto José Ferreira de Souza

jsj_ce@yahoo.com.br   darlon_pinheiro@yahoo.com.br   adauto@df.ufpe.br

Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco

Introdução

Nos últimos anos, vários pesquisadores de diversas áreas da ciência têm buscado inspiração em fenômenos naturais, entre os quais podemos citar o comportamento de animais com o objetivo de encontrar métodos que auxiliem na busca por soluções dos mais variados problemas encontrados no cotidiano. Temos como exemplo de fonte de inspiração de pesquisadores, o comportamento social de colônias de insetos, tais como: formigas, abelhas e cupins ou outros animais como: aves, pássaros e peixes. Esses métodos são definidos por Dorigo et.al(2006) como Inteligência de Exame, que são métodos que têm como inspiração o comportamento social de insetos e outros animais com o objetivo de resolver problemas. Segundo Bonabeau e Meyer (2001), a Inteligência de Exame têm as seguintes características:

- Robustez: mesmo quando um ou mais indivíduos falham, o grupo ou colônia continua a executar suas tarefas.
- Flexibilidade: o grupo ou colônia tem a capacidade de se adaptar rapidamente a mudanças externas e internas.
- Auto-organização: o grupo ou colônia requer relativamente pouca supervisão ou controle.

Assim, analisando em particular o comportamento social de formigas, em especial a capacidade desses insetos em encontrar o menor caminho entre seu ninho e a fonte de alimento com o auxílio do mecanismo natural das trilhas de feromônio espalhadas ao longo do percursso percorrido, é que pesquisadores criaram algoritmos que simulassem tal comportamento com o objetivo de encontrar boas soluções para problemas que se adequem a esse tipo de característica.

Um exemplo bastante conhecido que se adequa muito bem é o conhecido Problema do Caixeiro Viajante (PCV), que pode ser resumido com a seguinte pergunta: dado um número N de cidades que devem ser visitadas por um caixeiro, qual a seqüência de cidades que torna o comprimento do percurso o menor possível, considerando o início e o término na mesma cidade? Sendo que, todas as cidades são interligadas umas as outras e que cada cidade deve ser visitada uma única vez.

A Otimização Combinatória inerente a um PCV exige um alto custo computacional com o aumento do número de cidades, já que o espaço de busca cresce exponencialmente com o tamanho do problema dado pelo número de cidades, por isso o PCV é um problema pertencente a uma categoria conhecida como NP-difícil.

Objetivos

O objetivo é mostrar a eficiência desse tipo de Heurística, que depende de uma política de decisão baseada em uma probabilidade que por sua vez é obtida através das intensidades das trilhas de feromônio deixadas pelas formigas artificiais e de uma informação *a priori*, que neste caso é a distância (Euclidiana) entre as cidades a serem visitadas.

Metodologia

Dorigo et.al(1996) definiu que para aplicar o Sistema de Formigas, do inglês, *Ant System*, ao Problema do Caixeiro Viajante (PCV), cada formiga é um agente simples que possui as seguintes características:

- Realiza a escolha da cidade para onde deve ir com uma probabilidade que é função da distância e do valor da trilha de feromônio;

- Utiliza uma lista tabu que funciona como memória para forçá-la a visitar todas as cidades. A lista também evita que a mesma visite uma cidade já visitada em uma mesma viagem.

- Deixa uma trilha de feromônio pelo caminho realizado, quando a viagem estiver completa.

Temos que o número total de formigas artificiais é m e o número total de cidades é n.

A distância Euclidiana entre as cidades i e j é representada por d_{ij}.

$\eta_{ij} = 1/D_{ij}$ representa a visibilidade entre as cidades i e j.

A intensidade da trilha de feromônio entre as cidades i e j no tempo t é representada por $\tau_{ij}(t)$.

A atualização das trilhas de feromônio é dada pela fórmula (1), onde ρ representa a taxa de fixação do feromônio no solo, a qual deve ser uma valor entre zero e um, para evitar que haja uma acumulação ilimitada da trilha de feromônio entre duas cidades quaisquer, o que deixaria o algoritmo ineficiente.

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \triangle\tau_{ij} \tag{1}$$

Onde a intensidade da trilha de feromônio em $\tau_{ij}(0)$ deve ser um valor pequeno e positivo.

Em que $\triangle\tau_{ij}$ é dado pela fórmula (2):

$$\triangle\tau_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \triangle\tau_{ij}^{k} \tag{2}$$

Onde $\triangle\tau_{ij}^{k}$ é quantidade da trilha de feromônio por unidade de comprimento deixada pela k-ésima formiga entre os tempos t e $t+1$ e é dada por:

$$\triangle\tau_{ij}^{k} = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{se a k-ésima formiga passou entre as cidades i e j entre os} \\ & \text{tempos t e t+1} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{3}$$

Onde Q é uma constante e L_k é o comprimento total da viagem da k-ésima formiga no instante t.

Cada formiga possui uma lista tabu que contém a seqüência de cidades por onde esta formiga já passou ou visitou. Uma cidade será considerada “permitida” se não estiver contida nessa lista. Quando as m formigas concluírem suas viagens, ou seja, passarem por todo o conjunto de cidades, será definido que foi concluído um ciclo. Quando um ciclo for concluído, a lista será utilizada para calcular o valor do comprimento total da viagem de cada formiga e verificar se este valor é o menor encontrado até momento. A cada início de um novo ciclo as listas serão limpas e as formigas livres para realizarem uma nova viagem. A probabilidade de transição da cidade i para a cidade j para uma formiga k é dada pela seguinte equação:

$$P_{ij}^{k}(t) = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{c \in N_k}[\tau_{ic}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}} & \text{se } j \in N_k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{4}$$

Em que α e β são parâmetros que representam a importância da trilha de feromômio e da visibilidade respectivamente.

Um fluxograma é apresentado a seguir para se obter uma visão geral de como funciona o algoritmo implementado no R versão 2.11.0.

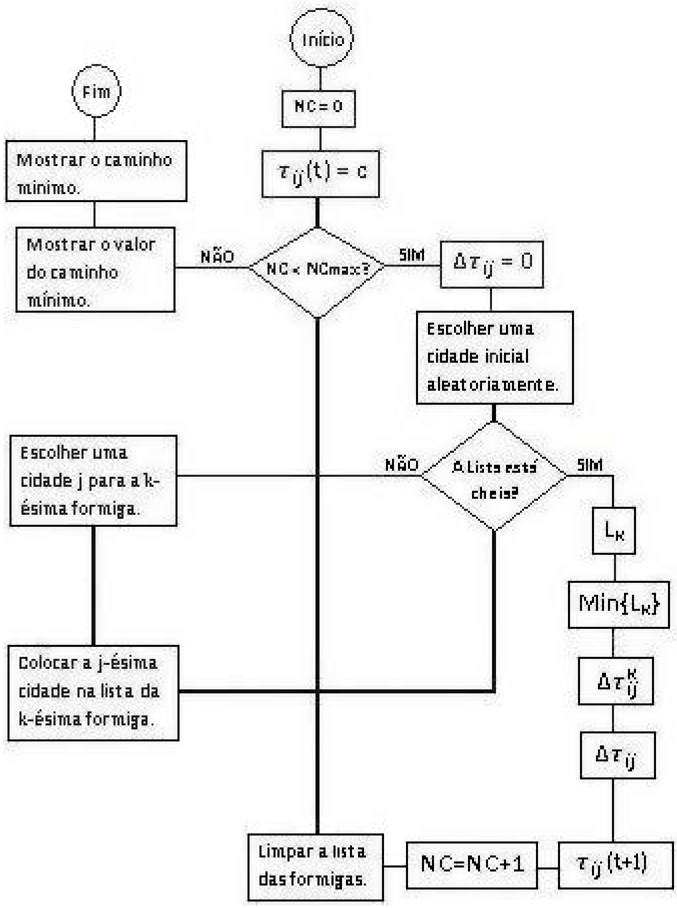

Figura 1: Fluxograma

Resultados

Os resultados seguem abaixo, onde foram gerados 9 pares de números aleatórios entre 0 e 50, que representam as coordenadas de 9 cidades em um plano.

Em a) observamos a solução do algoritmo para 3 ciclos. Em b) o número de ciclos utilizado foi 50, onde podemos observar que é a mesma rota produzida em c) que foi obtida pelo método exaustivo, em que foram analizadas um total de $(9-1)!/2 = 20160$ rotas.

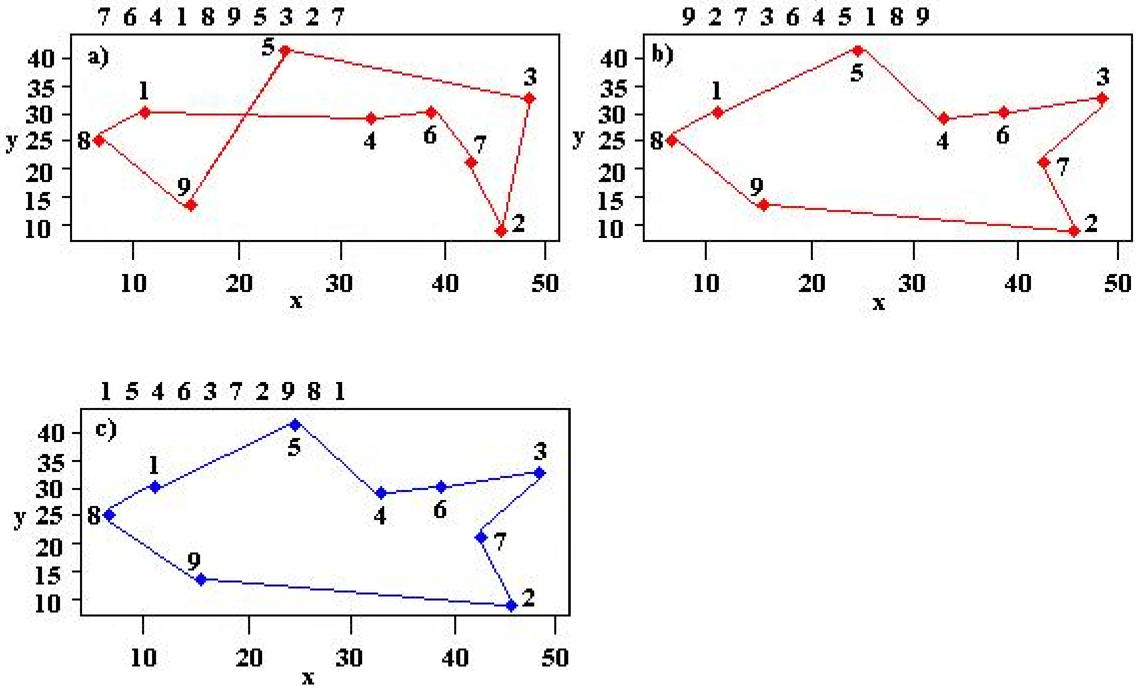

Figura 2: a) 3 Ciclos b) 50 Ciclos c) Método Exaustivo com 20160 rotas

Conclusões

Neste trabalho analisou-se como um método aproximado, ou seja, uma heurística, denominada de Sistema de formigas, do inglês (Ant System) cuja inspiração é baseada no comportamento social das formigas, pode produzir excelentes resultados com o simples aumento do número de ciclos, que é um parâmetro de livre escolha . Logicamente poderíamos obter a solução ótima com um maior ou menor número de ciclos e isso se deve ao fato de que o processo de escolha das formigas por uma cidade j depende de uma política de decisão que é baseada em uma probabilidade. Uma vantagem relevante se deve ao fato de que não é necessário analizar todo o espaço de busca (todas as rotas ou permutações possíveis), o que produziria um alto custo computacional, que é o que ocorre no Método Exaustivo.

Referências

[1] Aguiar, J. D. A. MCAC – *Monte Carlo Ant Colony: Um Novo Algoritmo Estocástico de Agrupamento de Dados.* Dissertação de Mestrado apresentada ao PPGBEA da UFRPE, 2008

[2] dos Santos, Daniela Scherer – *Bee Clustering: Um Algoritmo para Agrupamento de Dados Inspirado em Inteligência de Enxames.* Dissertação de Mestrado apresentada ao PPGC da UFRGS, 2009

[3] Russel, S.; Norvig, P. *Artificial Intelligence*: a modern approach. [S.1: Prentice-Hall, 1995. 932p]

[4] Dorigo, M.; Stützle, T. *ACO Algorithms for the Travelling Salesman Problem.*