TESTE FREQUENTISTA CONDICIONAL SOBRE O PARÂMETRO MÉDIA DE TEMPO DE VIDA DE *Apis mellifera*

Thelmo Gonçalves de Souza Oliveira[1]

Carla Regina Guimarães Brighenti[2]

[1]Graduando no Bacharelado Interdisciplinar em Biossistemas pela Universidade Federal de São João Del Rei. Email: oliveira.thelmo@yahoo.com.br, São João Del Rei, MG.
[2] Prof. Dra. em Estatística e Experimentação Agropecuária, Universidade Federal de São João Del Rei – MG, Departamento de Engenharia de Biossistemas – DEPEB

Palavras-chave: razão de verossimilhanças, função particionante, probabilidade de erro condicional

Introdução

Os testes de hipóteses frequentistas tradicionais ou não-condicionais apresentam probabilidades de erro pré-experimentais, isto é, independentes dos dados observados. Assim, a probabilidade de cometer algum tipo de erro é a mesma, independentemente de os dados estarem próximos à fronteira da região de rejeição do teste ou não (Mood, 1974). Uma forma tradicional de contornar este problema é através de um teste de significância, utilizando o *valor-p*. Mas *valores-p* não são verdadeiras medidas de erros frequentistas, assim, não são vistos como soluções frequentistas para o problema e podem ocasionar dificuldade de interpretação (Brighenti, 2007).

Uma solução frequentista, proposta por Kiefer (1977), foi a metodologia denominada "*teste frequentista condicional*". A idéia básica desse teste é particionar o espaço amostral χ^n utilizando uma função particionante H(x), e então desenvolver medidas frequentistas condicionais em χ_z, o subespaço amostral obtido a partir da partição Z. Estas medidas são totalmente frequentistas e são mais conclusivas para decisões a serem tomadas.

Neste tipo de teste, diferentemente do teste de hipóteses tradicional, em que se fixa o valor de erro tipo I (α), em, por exemplo, 5%, propõe-se uma partição da região de rejeição (e também da região de aceitação) de modo que a probabilidade de erro apresentada seja dependente da distancia dos dados observados em relação à fronteira da região crítica, esta medida é chamada Probabilidade de Erro Condicional (PEC), sendo que na PEC I (α_x) rejeita-se a hipótese nula H_0 quando de fato ela é verdadeira e na PEC II (β_x) aceita-se H_0 quando de fato ela é falsa.

Em resultados de experimentos laboratoriais é muito comum a utilização de teste de hipóteses tradicionais, no entanto, se a diferença entre os valores das hipóteses testadas não é considerada estatisticamente significativa, quando o pesquisador esperava que esta o fosse, ele tende a questionar o teste. Com a utilização do teste frequentista condicional, a probabilidade de erro apresentada depende dos dados, então, é possível tomar uma decisão de rejeição ou aceitação da hipótese incluindo uma probabilidade de erro que será maior ou menor de acordo com a proximidade dos dados obtidos no experimento, em relação a fronteira da região crítica.

A função particionante H(x) define partições que podem não possuir boas propriedades para as probabilidades de erros condicionais. Portanto, é necessário procurar alguma restrição. Kiefer (1977) recomendou uma partição denominada "partição contínua com erros condicionais iguais", isto é, uma partição que fornece valores numericamente iguais para as PEC's do Tipo I e II, ou seja, $\alpha_x = \beta_x$.

Assim sendo, a propriedade de interesse é que dentro de cada conjunto da partição se tenha pontos para os quais ocorra a “mesma força de evidência”, tanto pra rejeitar quanto para aceitar a hipótese nula. Entenda-se “força de evidência” como uma grandeza que indica, por meio de cálculos de probabilidade, a existência de indícios para rejeição ou aceitação de uma hipótese.

Para aplicar a teoria do teste frequentista condicional, utilizou-se um conjunto de dados obtido a partir de experimento com operárias de abelhas *Apis mellifera* submetidas a diferentes temperaturas de confinamento.

É importante ressaltar que diversos fatores influenciam a sobrevivência das abelhas, entre eles a temperatura. Os insetos apresentam metabolismo acelerado em altas temperaturas (> 40ºC) e desacelerado em baixas temperaturas (< 10°C). Os entomólogos utilizam uma temperatura intermediária, sendo o mais comum a de 25°C.

Segundo Winston *et al.*(1983), em países de clima temperado, operárias de *A. mellifera* possuem longevidade média de 28,5 dias no verão. No outono e primavera a longevidade aumenta para 45 dias e no inverno, pelo fato das operárias ficarem quase inativas e consequentemente, suas taxas metabólicas serem mais lentas, o tempo médio de vida eleva-se para 140 dias.

No entanto, em países de clima tropical como o Brasil, a expectativa de vida desses insetos em confinamento é de aproximadamente 25 dias (Brighenti, 2007), assim, a temperatura de 25°C pode não ser aquela que ocasiona maior sobrevida desses insetos.

Assim, o objetivo deste trabalho foi testar as diferenças entre os tempos médios de vida de *A. mellifera* em diferentes temperaturas utilizando o teste de hipóteses frequentista condicional com partição de erros condicionais iguais.

Metodologia

A teoria do teste frequentista condicional foi aplicada a um conjunto de dados reais do tempo de vida de operárias de *A. mellifera* em três diferentes temperaturas e testadas com as médias de tempo de vida, citadas na literatura, nas temperaturas de 25°C e 15°C ,utilizadas para a elaboração das hipóteses nula e alternativa, respectivamente.

As abelhas foram alimentadas com mel cristalizado e água *ad libitum*, mantidas em gaiolas cilíndricas, com 10 cm de altura e 15 cm de diâmetro, em salas climatizadas com fotoperíodo de 12 horas. Sob essas condições, foi possível verificar a influência da temperatura sobre a longevidade das abelhas, com uma amostra de tamanho igual a 100.

Utilizou-se para o tempo médio de vida uma distribuição normal, sendo a distribuição conjunta dada por:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right\}} \qquad (1)$$

e a razão de verossimilhanças, dada por:

$$B(x) = \frac{f(h_o)}{f(h_1)} = \frac{e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\right\}}}{e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2\right\}}} \qquad (2)$$

Em que as hipóteses foram:

H_0: $\mu_0 =$ média do tempo de vida de operárias da *A. mellifera* a 25°C

H_1: $\mu_1 =$ média do tempo de vida de operárias da *A. mellifera* a 15°C

Considerando a partição contínua com erros condicionais iguais, a função particionante H(x) é dada por:

$$\int_{-\infty}^{H(x)} \sqrt{f_1(t)\, f_0(t)}\,dt = \int_{x}^{\infty} \sqrt{f_1(u)\, f_0(u)}\,du \qquad (3)$$

Assim, neste caso, a integral com a normal fica:

$$\int_{-\infty}^{H(x)} \sqrt{\left[e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2\right\}}\right]\left[e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\right\}}\right]}\,dt = \int_{x}^{\infty} \sqrt{\left[e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2\right\}}\right]\left[e^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\right\}}\right]}\,du \qquad (4)$$

Para obtenção do valor crítico (x^*) foi utilizado a condição de erros não-condicionais iguais ($\alpha_x = \beta_x$) em que se tem a seguinte equação integral:

$$\int_{-\infty}^{x^*} \sqrt{f_1(t)\, f_0(t)}\,dt = \int_{x^*}^{\infty} \sqrt{f_1(u)\, f_0(u)}\,du \qquad (5)$$

Como se trata de uma situação de razão de verossimilhanças simétrica, a estatística condicionante será dada por: Z= max(B(x), $B(x)^{-1}$)

Através da razão de verossimilhanças B(x), estimou-se a probabilidade de erro condicional tipo I (α_x) ou tipo II(β_x), de acordo com a aceitação ou rejeição da hipótese nula, dada por:

$$\alpha_x = \frac{B(x)}{1+B(x)} \qquad\qquad \beta_x = \frac{1}{1+B(x)}$$

Desenvolveu-se para o caso simétrico do teste frequentista condicional uma rotina no software R-10.2.1(2010), para simulação dos dados, obtenção da razão de verossimilhanças, do valor crítico e da probabilidade de erro condicional.

Resultados e Discussão

Para a hipótese nula foi considerada a temperatura de 25°C, com média para o tempo de vida de 106,32 horas e para a temperatura de 15°C sendo hipótese alternativa, a média foi de 100,08 horas (Oliveira, 1987; Brighenti, 2007).

Considerou-se o desvio padrão para as duas temperaturas sendo de 55,44 horas, obtendo-se as seguintes hipóteses:

H_0: $\mu_0 = 106{,}32$

H_1: $\mu_1 = 100{,}08$

De acordo com a razão de verossimilhanças dada em (2), tem-se:

$$B(x)=\frac{f(h_o)}{f(h_1)}=\frac{e^{\left\{-\frac{1}{6147,2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-106,32)^2\right\}}}{e^{\left\{-\frac{1}{6147,2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-100,08)^2\right\}}}=B(x)=e^{\left\{\sum_{i=1}^{n}(0,002030197x_i-0,2095163)\right\}}=e^{0,002030197\bar{X}n-0,2095163n}$$

Como as distribuições de 15°C e 25°C se sobrepõem (Figura 1), deverá ser estabelecido algum ponto de separação entre as temperaturas, no caso de testes frequentistas condicionais sob a condição de erros condicionais iguais, para o caso simétrico, o valor crítico (x^*) utilizado para o teste será dado por:

$$\alpha_x=\beta_x$$

$$\frac{B(x)}{1+B(x)}=\frac{1}{1+B(x)}\Rightarrow\frac{e^{0,02030x^*-0,20951}}{1+e^{0,02030x^*-0,20951}}=\frac{1}{1+e^{0,02030x^*-0,20951}}$$

$$e^{0,02030x^*-0,20951}=1\Rightarrow x^*=103,2$$

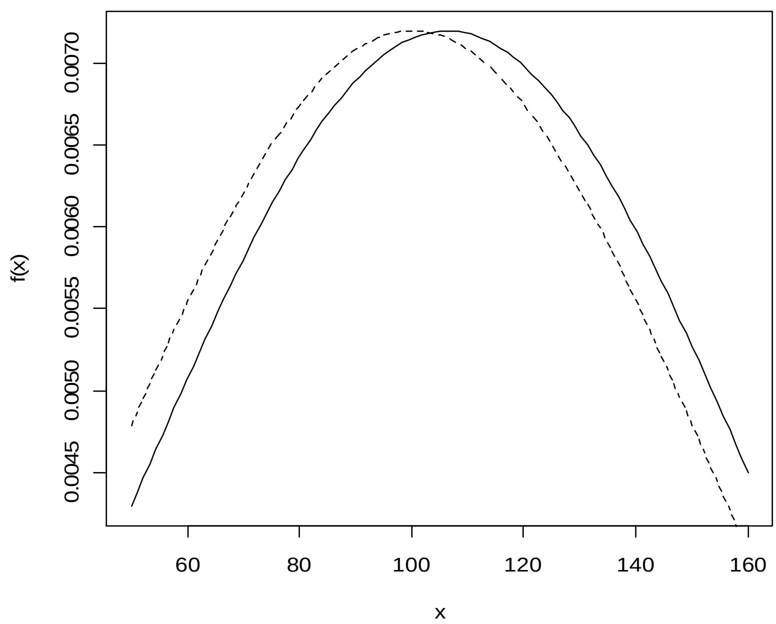

Figura 1 – Curvas da distribuição normal das médias do tempo de vida de operárias de *A. mellifera*, para as temperatura de 25°C (—–) e de 15°C (- - -).

O teste frequentista condicional *T** será dado por:

$$T^* = \begin{cases} se\ B(x) \le 1 \text{ ou } \mu_t \le 103.2, \text{rejeita-se } \mathrm{H}_0 \text{ com PEC I} & \alpha_x = \dfrac{e^{0,02030\,\bar{X} - 0,20951}}{1 + e^{0,02030\,\bar{X} - 0,20951}} \\ se\ B(x) > 1 \text{ ou } \mu_t > 103.2, \text{aceita-se } \mathrm{H}_0 \text{ com PEC II} & \beta_x = \dfrac{1}{1 + e^{0,02030\,\bar{X} - 0,20951}} \end{cases}$$

A análise das temperaturas obtidas nos experimentos, de tamanho amostral igual a 100, revelaram média igual 128,88 horas, 98,64 horas e 102,72 horas,correspondentes às temperaturas de 20°C, 30°C e 35°C.

No caso do teste frequentista condicional para as temperaturas observadas de 30°C e 35°C, rejeita-se H_0 com PEC I igual a 38,8% e 21,9% respectivamente e para a temperatura de 20°C, aceita-se H_0, com PEC II igual a 0,8% de erro.

Conclusões

A utilização do teste frequentista condicional na tomada de decisão para avaliação das temperaturas de manutenção das operárias de *A. mellifera* foi adequada.

A temperatura de 20ºC pode ser também utilizada em experimentos de confinamento com *A. mellifera* , pois obteve-se esta conclusão com pequena probabilidade de erro(0,8%), sendo seu tempo médio de vida aceito como semelhante ao de 25°C,

As temperaturas de 30°C e 35ºC diminuíram o tempo médio de vida de *A. mellifera*, pelo aumento do metabolismo e foram rejeitadas com alta probabilidade de erro condicional.

Referencias Bibliográficas

BRIGHENTI, C. R. G. *Testes com erros frequentistas condicionais e testes com interpretação bayesiana e frequentista condicional***.** p. 30-140, 2007.

BRIGHENTI, C. R. G.; CARVALHO, C. F. CARVALHO, G.A.; BRIGHENTI, C. R. G.; CARVALHO, S. M. *Bioatividade do Bacillus thuringiensis var. kurstaki* (Berlin, 1915) *para adultos de Apis mellifera Linnaeus*, 1758 (Hymenoptera: Apidae).Ciência e Agrotecnologia, vol.31, n.2,2007

KIEFER, J. Conditional confidence statements and confidence estimators. *Journal of the American Statistical Association***,** Alexandria, v. 72, n. 360, p.789-807, Dec. 1977.

EPA. Ecological Effects Test Guidelines – EPA-OPPTS 850.3030 Honey Bee Toxicity of Residues on Foliage.

WINSTON ML, OTIS GW, TAYLOR OR. Capturing wild honey bee colonies. *American Bee Journal*, pages 372-374, vol. 124, 1983.

MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. *Introduction to the theory of statistics*. 3rd ed. Singapore: McGraw-Hill International, 1974. 480 p.

OLIVEIRA, L.A.; BARRETO, M.C. Uma análise no cálculo do tempo médio de vida de abelhas**.** In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA, 2., 1987, Londrina. *Anais*...Londrina: UEL. p.239.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R- *A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2007. ISBN 3-900051-07-0, URL http://www.r-project.org. Robinson, S.