

Estudo dos Índices Pluviométricos na Região Nordeste, através da Teória de Valores Extremos

Rita C. L. Idalino*, Jeremias S. Leão[†],
Cintia M. L. Ferreira*, Danielle L. Roges*,
Mariana C. Araújo*, Cristiane A. Souza*,
Paulo S. Lucio[‡]

(ritalimex@yahoo.com.br, ms.statistic@gmail.com, cintiamlf@hotmail.com,
dani.loureiro@yahoo.com.br, marianacaraujo@gmail.com,
cristiane.adelino@hotmail.com, psluci@ccet.ufrn.br)

Abril, 2010

Resumo

As enchentes urbanas tem sido uma das grandes calamidades a que a população brasileira tem sido sujeita. Eventos deste porte, por serem de baixa frequência e de grande impacto, são de difícil previsão. Assim, torna-se importante tanto a identificação quanto a análise estatística de extremos severos. Afim de auxiliar na análise desse tipo de situação, reunimos os principais resultados da teoria dos valores extremos (TVE) para modelagens univariadas.

Palavras chave: Precipitação pluviométrica, Distribuição generalizada de valores extremos.

*Programa de Pós Graduação em Biometria e Estatística Aplicada – UFRPE

[†]Departamento de Estatística – UFPE

[‡]Departamento de Estatística – UFRN

1 Introdução

A região do Nordeste do Brasil (NE) é caracterizada por elevadas temperaturas ao longo do ano e um índice de precipitação que varia de 300 a 2000 mm e conta com a presença de quatro tipos de climas bem marcantes: clima equatorial úmido, clima litorâneo úmido e clima tropical semi-árido. A precipitação pode ser considerada a principal variável meteorológica presente no nordeste, com um regime de chuvas não uniforme possui uma variação interanual e sazonal que implica na quantidade de precipitação da região. Sendo assim, o período de chuvas modulado pelos ventos alíseos pode causar grandes prejuízos, ou influenciar no crescimento ou desenvolvimento de plantações agrícolas influenciando a economia local. (Meneghetti e Ferreira (2009))

As enchentes urbanas tem sido uma das grandes calamidades a que a população brasileira tem sido sujeita como resultado dentre outros fatores como excesso de precipitação associada a ocupação inadequada das encostas de morros, margens de córregos e rios, aumentando o risco do surgimento de enchentes e deslizamento de encostas.

Dada a ocorrência de eventos extremos e meteorologia, os retornos podem ser analisados sob a ótica da Teoria de Valores Extremos, como neste trabalho, que verifica a adequação da distribuição generalizada de valores extremos (GEV) para modelar retornos de eventos meteorológicos. Utilizando a distribuição GEV é possível determinar um nível de retorno e, posteriormente, fazer previsões de precipitações extremas.

2 Metodologia

2.1 Teoria de Valores de Extremos

A metodologia de valores extremos que estuda o comportamento estocástico de extremos associados a fenômenos com risco elevado de impactos catastróficos. Estes fenômenos constituem um conjunto de ou vetores aleatórios. Dentro da denominação geral de extremos inclui-se o máximo e o mínimo, estatísticas de ordem extremas e excessos acima (ou abaixo) de limiares altos (ou baixos). O importante é que as características e propriedades das distribuições desses extremos aleatórios são determinadas pelas caudas extremas (inferior e superior) da distribuição dos dados.

Restringir a atenção às caudas de uma distribuição, apresenta a vantagem de termos diversos modelos estatísticos adequados para as mesmas (Coles, 2001). Estes modelos baseados somente em valores além de limiares nos permitirão fazer inferências mais precisas sobre as caudas e parâmetros da distribuição dos dados extremos. De fato, a inferência estatística acerca de acontecimentos raros pode deve ser deduzida a partir daquelas observações que são extremas sob determinado tipo de critério. Há diferentes formas de definir tais observações e as respectivas abordagens em inferência estatística de valores extremos. Seleccionaremos o limiar usando a metodologia clássica de Gumbel que extrai os máximos por blocos – GEV.

A Teoria clássica de Valores Extremos evidenciou inicialmente a sua atenção no estudo do comportamento do máximo (ou outras estatísticas de ordem extrema) de sucessões de variáveis independentes e identicamente distribuídas (iid's). Os primeiros trabalhos teóricos em extremos foram baseados no máximo (empírico) de um conjunto de observações consideradas como variáveis aleatórias (máximo do bloco/conjunto). Precisamente, dada n variáveis aleatórias independente e identicamente distribuídas (iid's) $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, a teoria de valores extremos busca também as leis de probabilidade de $Y_n = \max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$.

O teorema dos Três Tipos garante a existência de uma função limite $F(X)$ de Y_n quando $n \rightarrow \infty$. As GEV são distribuições limites para máximos de variáveis aleatórias, teorema de Fischer-Tippett (1928).

$$G(x; \gamma) = \exp \left\{ (1 + x\gamma)^{\frac{1}{\gamma}} \right\}, 1 + x\gamma \geq 0, \gamma \neq 0. \quad (1)$$

A relação entre Gumbel e Frechét e Weibull que é dada por :

$$X \sim \text{Frechét}(\alpha) \Leftrightarrow \ln(X)^\alpha \sim \text{Gumbel} \Leftrightarrow X^{-1} \sim \text{Weibull}(\alpha).$$

Estas três distribuições podem ser estendidas através da distribuição generalizada de valores extremos (GEV):

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi}} \right\}, \quad (2)$$

Para $1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0$, na equação (2) μ é um parâmetro de localização, σ é um parâmetro de escala e ξ é um parâmetro de forma.

3 Resultados e Discussões

O ajuste dos dados foi avaliado utilizando a distribuição GEV. Os gráficos de probabilidade, QQ-plot, densidade e nível de retorno mostram uma forma de entender as futuras precipitação extremas que poderão ocorrer nas cidades analisadas. Com intuito, de resumir e ilustrar os ajustes, como também os períodos de retornos, mostraremos o resultado apenas para a cidades de Fortaleza. A Figura 1 apresenta as séries originais demarcadas pelo ponto associados aos valores extremos, ou seja, todos os pontos que encontram-se á 95% acima da distribuição de dados.

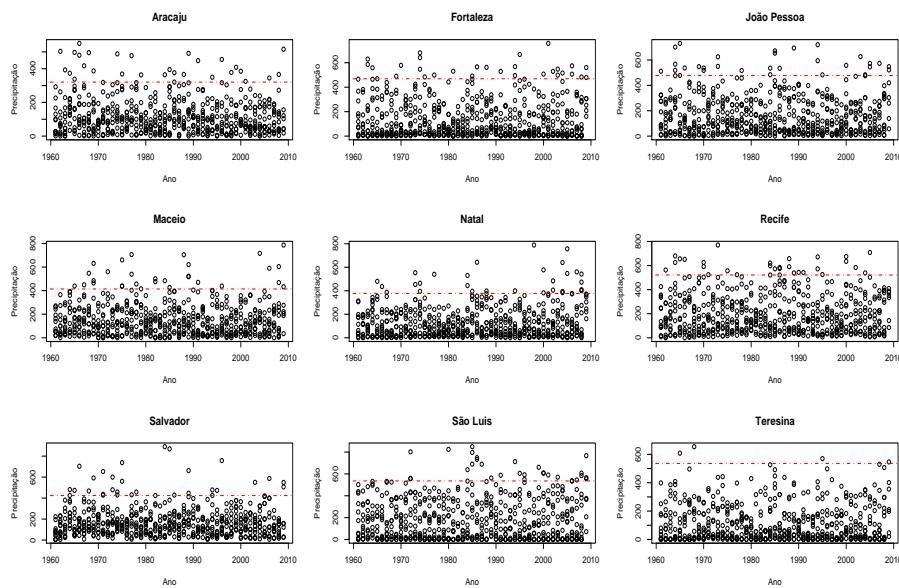


Figura 1: Série histórica das precipitações para as cidades da região Nordeste, janeiro de 1961 a julho de 2009.

O melhor ajuste foi observado para a cidade de Fortaleza, Figura 2. Note através do gráfico de probabilidade normal que o ajuste parece satisfatório. Os níveis de retorno em Fortaleza mostram que para um período de 100 anos espera-se que ocorra pelo menos uma vez uma precipitação próxima aos 800mm. Ocorrências extremas também poderão ser bem prováveis de ocorrer num período de até 10 anos, com precipitações variando entre 450mm e 550mm.

Comportamento semelhante foi observado para as cidades Maceio, Natal, Recife, Salvador e Teresina. Esse fato pode ser explicado pela pouca divergência que existe entre as cidades quando comparadas com relação aos fatores climáticos. As cidades Aracajú, João Pessoa e São Luís não apresentaram um bom ajuste. Isso pode ser explicado devido ao banco de dados, pois muitas vezes não se tem observações suficientes pra classificar um subgrupo como valores extremos.

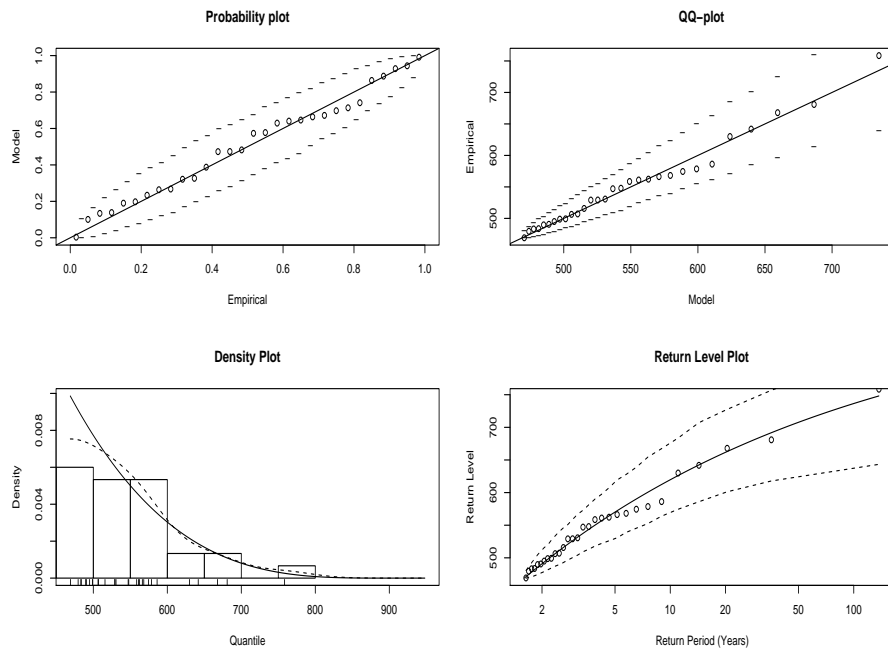


Figura 2: Gráfico de diagnóstico do ajuste da GEV para os índices de precipitações médias mensais na cidade de Fortaleza.

Referências

- [1] COLES, S. 2001. An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values. Springer Series in Statistics. Springer Series in Statistics, London.
- [2] FISHER, R. A., and TIPPETT, L. H. C. 1928: Limiting forms of the frequency distributions of the largest or smallest members of a sample. Proc. Cambridge Philos. Soc., 24, 180–190.
- [3] R Development Core Team (2007). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. URL <http://www.R-project.org>.