

Distribuição Estatística dos Valores Extremos de Radiação Solar Global do Estado do RS

Suzane Ranzan*, Simone M. Cerezer, Clodomir A. Martinazzo

Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Departamento de Ciências Exatas e da Terra
Avenida Sete de Setembro, 1621, 99700-000, Erechim, RS

E-mail: sranzan@yahoo.com.br, scerezer@uricer.edu.br, mclao@uricer.edu.br

Introdução

O estudo das distribuições de variáveis aleatórias, ao longo do tempo, tem como finalidade possibilitar a compreensão de fenômenos meteorológicos para determinar seus padrões de ocorrência. Esta compreensão permite uma previsão razoável do comportamento climático, fato de tamanha importância para o planejamento de inúmeras atividades.

A agropecuária é uma atividade influenciada quase que totalmente pelo comportamento probabilístico das variáveis climáticas (temperatura, chuva, vento). Outra variável importante do clima é a radiação solar global, pois é a principal fonte de energia primária. Dela dependem, para a sobrevivência, praticamente todos os seres vivos.

Estimar a radiação disponível na superfície terrestre faz parte da aplicabilidade desta fonte de energia. A Distribuição Generalizada de Valores Extremos é usada para modelar a extensa variedade de extremos naturais. Desta forma, o objetivo deste trabalho é investigar a possibilidade da Distribuição Generalizada de Valores Extremos descrever de modo satisfatório as séries de valores extremos de radiação solar global do Estado do Rio Grande do Sul.

As previsões probabilísticas auxiliam no planejamento e condução das atividades

agropecuárias, ao racionalizar os procedimentos e evitar ou minimizar os possíveis prejuízos causados pela ação das intempéries. As informações requeridas para análise são fornecidas gratuitamente pela Fundação Estadual de Pesquisa Agropecuária e disponíveis na rede mundial de computadores pela Universidade Federal de Pelotas e a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária.

Teoria de Valores Extremos

A Teoria de Valores Extremos (TVE) é um ramo da probabilidade que estuda o comportamento estocástico de extremos associados a um conjunto de variáveis aleatórias com distribuição comum F . Dentro da denominação geral de extremos incluímos o máximo e o mínimo, estatísticas de ordem extremas e excessos acima (ou abaixo) de limiares altos (ou baixos). O importante é que as características e propriedades das distribuições desses extremos aleatórios são determinadas pelas caudas extremas (inferior e superior) da distribuição subjacente F .

As primeiras aplicações dos resultados formais da TVE surgiram com a modelagem de fenômenos meteorológicos envolvendo precipitações máximas e níveis anuais de inundações nos Estados Unidos. Contudo, a abrangência de suas aplicações é grande, incluindo uma variedade de fenômenos naturais tais como inundações, poluição atmosférica,

* Bolsista de Iniciação Científica PIIC/URI

correntes oceânicas e problemas oriundos de outras áreas tais como da engenharia, atuária e finanças (MENDES, 2004).

Distribuição Generalizada de Valores Extremos

Uma das formas de modelar eventos extremos é através da Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV).

Essa distribuição apresenta como casos particulares, três tipos de distribuições de valores extremos, e tem função de distribuição acumulada de probabilidade dada por:

$$F(x) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\}, \quad (1)$$

definida em, $-\infty < x < \mu - \frac{\sigma}{\xi}$ para $\xi < 0$,

$-\infty < x < +\infty$ para $\xi \rightarrow 0$, $\mu - \frac{\sigma}{\xi} < x < +\infty$ para $\xi > 0$, sendo μ, σ e ξ os parâmetros de locação, escala e de forma, respectivamente, com $\sigma > 0$.

As distribuições de valores extremos de Fréchet e de Weibull correspondem aos casos particulares de (1) em que $\xi > 0$ e $\xi < 0$, respectivamente. Como limite de $F(x)$ com $\xi \rightarrow 0$ tem-se que:

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right],$$

que é a função de distribuição acumulada de Gumbel com parâmetros de locação (μ) e de escala (σ), com $\sigma > 0$.

Derivando-se (1) em relação a x , obtém-se a função densidade de probabilidade da distribuição GEV, dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\left(\frac{1 + \xi}{\xi}\right)} \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\},$$

definida em, $-\infty < x < \mu - \frac{\sigma}{\xi}$ para $\xi < 0$,

$\mu - \frac{\sigma}{\xi} < x < +\infty$ para $\xi > 0$, cujo limite para ξ

tendendo a zero, é:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \exp\left[-\exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right] \right\},$$

definida em $-\infty < x < +\infty$.

Metodologia

Este trabalho foi realizado considerando os valores de radiação solar global (MJ/m^2) de quatro regiões do Estado do Rio Grande do Sul, sendo elas: Campanha, Grande Porto Alegre, Litoral e Planalto.

Na região da Campanha os dados analisados foram obtidos no período de 1963 a 1999, na região da Grande Porto Alegre (POA) o período é de 1975 a 2001, na região do Litoral de 1958 a 2000, e na região do Planalto os dados analisados foram obtidos de 1956 a 2000.

O trabalho está baseado nos valores máximos e mínimos de radiação solar global, selecionados anualmente para cada uma das regiões.

Resultados

As estimativas por máxima verossimilhança dos três parâmetros (μ , σ e ξ) da distribuição GEV

para os valores máximos e mínimos de radiação solar global para as regiões da Campanha, Grande POA, Litoral e Planalto são mostrados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Tabela 1: Estimativas por Máxima Verossimilhança dos parâmetros da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de radiação solar global (MJ/m^2) do Estado do RS.

Parâmetros Estimados	Regiões			
	Campanha (n = 37)	Grande POA (n = 27)	Litoral (n = 43)	Planalto (n = 44)
μ	21,7107 (0,3264)	21,5838 (0,3949)	19,9448 (0,4617)	20,4535 (0,2972)
σ	1,7081 (0,2486)	1,8323 (0,2793)	2,78801 (0,3278)	1,7932 (0,2087)
ξ	0,0785 (0,1538)	-0,1296 (0,1346)	-0,3692 (0,0857)	-0,2787 (0,0916)

Tabela 2: Estimativas por Máxima Verossimilhança dos parâmetros da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de radiação solar global (MJ/m^2) do Estado do RS.

Parâmetros Estimados	Regiões			
	Campanha (n = 37)	Grande POA (n = 27)	Litoral (n = 43)	Planalto (n = 44)
μ	8,0652 (0,2506)	8,1832 (0,2698)	7,0763 (0,1628)	7,7595 (0,2167)
σ	1,3714 (0,1760)	1,3013 (0,1840)	0,9661 (0,1135)	1,3241 (0,1633)
ξ	-0,0646 (0,1096)	-0,3794 (0,0927)	-0,0491 (0,0937)	-0,5134 (0,0976)

Para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV, inicialmente foram construídos os gráficos *quantil-quantil*, apresentados nas Figuras 1 e 2 para os máximos e mínimos, respectivamente, que de forma geral, sugerem o bom ajuste da distribuição GEV aos valores máximos e mínimos de radiação solar global do Estado do RS.

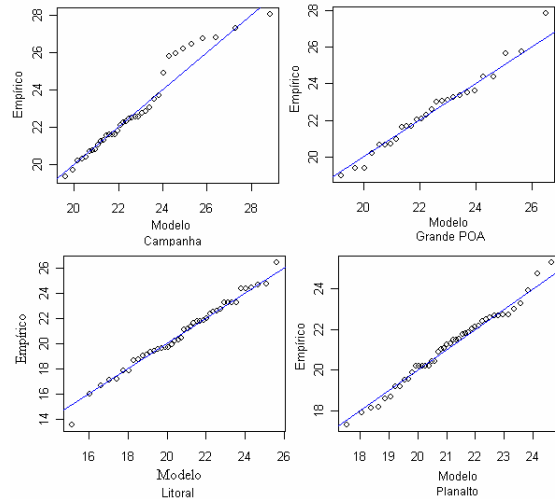


Figura 1: Gráficos *quantil-quantil* para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de radiação solar global (MJ/m^2) do Estado do RS.

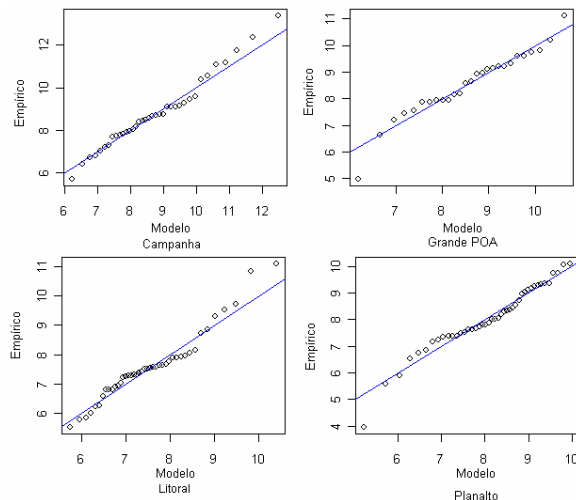


Figura 2: Gráficos *quantil-quantil* para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de radiação solar global (MJ/m^2) do Estado do RS.

Além da análise gráfica para se testar a suposição de que os dados seguem a distribuição GEV aplicou-se o teste de *Kolmogorov-Smirnov*, com um nível de significância de 5%. Como metodologia para sua aplicação, pode-se considerar $F(x)$ a proporção dos valores esperados menores ou iguais a x pela distribuição teórica e $S(x)$, a proporção dos valores observados menores ou iguais

a x pela distribuição empírica, em que D_{obs} é o módulo do desvio máximo observado dado por

$$D_{obs} = \text{Max}|F(x) - S(x)|.$$

Para isto, compara-se D_{obs} com D_{tab} (é o desvio máximo tabelado, encontrado em tabelas adequadas); se D_{obs} for menor, existe concordância entre as frequências observadas e esperadas, a amostra provém de uma população que segue a distribuição de probabilidade sob teste (CATALUNHA *et al.*, 2002).

Os resultados do teste de *Kolmogorov-Smirnov* apresentados nas Tabelas 3 e 4 indicam que a distribuição GEV ajusta-se bem aos valores máximos e mínimos, pois os valores obtidos para D_{obs} são todos menores que o valor crítico para o nível de significância de 5%, concordando com as conclusões obtidas a partir da análise gráfica.

Tabela 3: Resultados do teste de *Kolmogorov – Smirnov* para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de radiação solar global (MJ/m²) do Estado do RS.

Regiões	Desvio Máximo Observado (D_{obs})	Valor Crítico (D_{tab})
Campanha	0,6794	0,7960
Grande POA	0,4501	
Litoral	0,3966	
Planalto	0,5684	

Tabela 4: Resultados do teste de *Kolmogorov – Smirnov* para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de radiação solar global (MJ/m²) do Estado do RS.

Regiões	Desvio Máximo Observado (D_{obs})	Valor Crítico (D_{tab})
Campanha	0,5452	0,7960
Grande POA	0,5001	
Litoral	0,7740	
Planalto	0,6264	

Análise do Comportamento do Parâmetro de Forma

Considerando que o parâmetro de forma ξ define o tipo de distribuição de valores extremos a utilizar para estimar valores de radiação solar global para o Estado do RS com diferentes probabilidades de ocorrência, pode-se testar se ξ é estatisticamente zero utilizando-se o teste da razão de verossimilhança, descrito em Hosking (1984). A estatística de razão de verossimilhança (T_{LR}) tem distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade, denotada por, χ_1^2 . Para obter uma aproximação mais precisa à distribuição assintótica dessa estatística, Hosking (1984) sugere a utilização da estatística modificada

$$T_{LR}^* = \left(1 - \frac{2,8}{n}\right) T_{LR}$$

sendo n o número de máximos ou mínimos.

Neste trabalho, como n é considerado pequeno, utilizou-se a estatística da razão de verossimilhança modificada (T_{LR}^*) para testar se ξ é estatisticamente zero. Deste modo, para testar a hipótese nula $H_0: \xi = 0$ contra a hipótese alternativa $H_a: \xi \neq 0$, compara-se o valor da estatística T_{LR}^* com o valor tabelado de $\chi_{1;\alpha}^2$ da distribuição qui-quadrado com um grau de liberdade e um nível de significância preestabelecido α . Se $T_{LR}^* \geq \chi_{1;\alpha}^2$, rejeita-se H_0 .

Na Tabela 5 são apresentadas as estimativas de máxima verossimilhança obtidas para ξ , bem como os valores da estatística de razão de verossimilhança modificada para os valores máximos e mínimos de radiação solar global.

Tabela 5: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma (ξ) da distribuição GEV e o valor da estatística de razão de verossimilhança modificada (T_{LR}^*) para os valores máximos e mínimos de radiação solar global (MJ/m^2) do Estado do RS.

Regiões	Máximos	T_{LR}^*	Mínimos	T_{LR}^*
	ξ		ξ	
Campanha	0,0785	0,2468	-0,0646	0,3597
Grande POA	-0,1296	0,6657	-0,3794*	11,7317
Litoral	-0,3692*	10,6527	-0,0491	0,3066
Planalto	-0,2787*	5,3890	-0,5134*	31,3281

*Indica que o valor do parâmetro de forma é estatisticamente diferente de zero pela aplicação do teste da razão de verossimilhança modificado ao nível de significância de 5%.

Conclusões

Os resultados encontrados permitem concluir que a Distribuição Generalizada de Valores Extremos é adequada para estudar os valores máximos e mínimos de radiação solar global do Estado do Rio Grande do Sul para as regiões estudadas. Além disso, o resultado da aplicação do teste da razão de verossimilhança permitiu concluir que a distribuição de Gumbel ($\xi = 0$) é a mais adequada para modelar as sequências de máximos das regiões da Campanha e Grande POA e as sequências de mínimos das regiões da Campanha e Litoral. Para as demais sequências de máximos e mínimos das outras regiões a distribuição de Weibull ($\xi < 0$) é a mais apropriada. Desta forma, as distribuições de Gumbel e Weibull podem ser utilizadas para obtermos estimativas da radiação solar global provável anual no Estado do Rio Grande do Sul em diferentes níveis de probabilidade.

Referências

CATALUNHA, M.J., SEDIYAMA, G.C., LEAL, B. G., SOARES, C.P., RIBEIRO, A.B. Aplicação de cinco funções densidade de probabilidade a séries de precipitação pluvial no Estado de Minas Gerais. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, Santa Maria, v. 10, n.1, p. 153-162, 2002.

COLES, S. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer, London, 2001.

HOSKING, J.R.M. Testing whether the Shape Parameter is Zero in the Generalized Extreme-Value Distribution. *Biometrika*, v. 71, n. 2, p. 367-374, 1984.

MENDES, B.V.M. *Introdução à Análise de Eventos Extremos*. Rio de Janeiro, E-papers Serviços Editoriais Ltda, 2004.